

数学まとめ 特別編

(約数の個数と総和)

約数の定義

ある数を割り切れる整数を約数という。

ex)

12の約数は、1,2,3,4,6,12

素因数分解

ある数は必ず素数の積として表すことができる。

ある数を素数の積に分解することを素因数分解という。

ex)

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)12} \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)6} \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$$

3

$$\therefore 12 = 2^2 \times 3$$

約数の個数

ある数が素数で作られているということは、約数もまた素数で作られている。

約数の個数は、ある数をつくる素数の組み合わせ方が、何種類あるかということと同じである。

ex)

12 = 2² × 3で考えてみる。

12は素数2が2個、

3が1個できている。

よって、12の約数は素数2が2個、3が1個の組み合わせできている。

ここで大事なのは

その素数を使わないパターンもあるということ。

つまり

2を0個、3を0個

2を0個、3を1個

2を1個、3を0個

2を1個、3を1個

2を2個、3を0個

2を2個、3を1個

というパターンがある。

2を使う方法は1+2=3(通り)

3を使う方法は1+1=2(通り)

よって約数の個数は

$$(1+2)(1+1)=3 \times 2=6 \text{ (個)}$$

約数の総和

約数は素数の組み合わせ方であることは説明したが、総和もこのように考える。

総和を考えるときは、**指数**に注目する。

ex)

12の約数は、1,2,3,4,6,12

これを素因数分解した形で書くと

$$1 = 2^0 \times 3^0 \quad 2 = 2^1 \times 3^0$$

$$3 = 2^0 \times 3^1 \quad 4 = 2^2 \times 3^0$$

$$6 = 2^1 \times 3^1 \quad 12 = 2^2 \times 3^1$$

となる。よって

$$1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12$$

$$= 2^0 \times 3^0 + 2^1 \times 3^0 + 2^0 \times 3^1$$

$$+ 2^2 \times 3^0 + 2^1 \times 3^1 + 2^2 \times 3^1$$

$$= (2^0 + 2^1 + 2^2) \times 3^0$$

$$+ (2^0 + 2^1 + 2^2) \times 3^1$$

$$= (2^0 + 2^1 + 2^2) \times (3^0 + 3^1)$$

$$= 28$$

(※テストでは最後の2行だけで良い。)